



فهرست مطالب

- ▶ تئوری صف
- ▶ ویژگیهای یک خط انتظار در یک سیستم
- ▶ هزینه های صف
- ▶ انواع مدل های صف



تئوری صف

- ▶ مطالعه خطوط انتظار
- ▶ خطوط انتظار موقعیتهاي متداولی هستند.
- ▶ هم در صنعت و هم در خدمات مفید هستند.



موقعیتهاي متداول در تئوری صف

TABLE D.1

موقعیتهاي متداول صف

موقعیت	ورویدیها به صف	فرایند خدمات
سوپر مارکت	خریداران	Checkout clerks at cash register
عوارضی آتویان	اتومبیل ها	Collection of tolls at booth
مطب پزشکان	بیماران	Treatment by doctors and nurses
سیستم کامپیوتر	برنامه هایی که باید اجرا شوند	Computer processes jobs
شرکت مخابرات	تلفن گنندگان	Switching equipment to forward calls
بانک	مشتریان بانک	Transactions handled by teller
تعمیرگاه اتومبیل	اتومبیل های خراب	Repair people fix machines
بندرگاه	کشتی ها	Dock workers load and unload



ویژگیهای سیستم صف انتظار

۱. ورودیهای سیستم

► اندازه جمعیت، رفتار، توزیع آماری

۲. نظم صف، یا خود صف انتظار

► طول محدود یا نامحدود، نظم افراد و اشیاء در آن

۳. وضعیت خدمت ارائه شده

طراحی، توزیع زمانهای سرویس



اجزاء خط انتظار

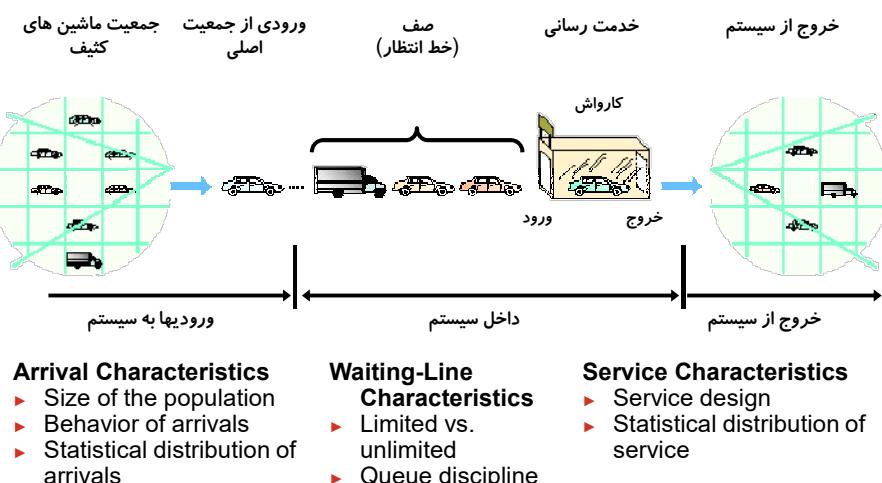


Figure D.1

ویژگیهای ورودی ها به صف

1. اندازه جمعیت ورودی

► محدود و نامحدود

2. الگوی ورودیها

► برنامه ریزی شده یا تصادفی، غالباً با توزیع پوآسون

3. رفتار ورودیها

► در صف می مانند و صف خود را عوض نمی کنند.

► انتظار در صف بدون خروج



توزیع پوآسون

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \quad \text{for } x = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$$

احتمال X ورودی $= P(x)$

X = تعداد ورودیها در واحد زمان

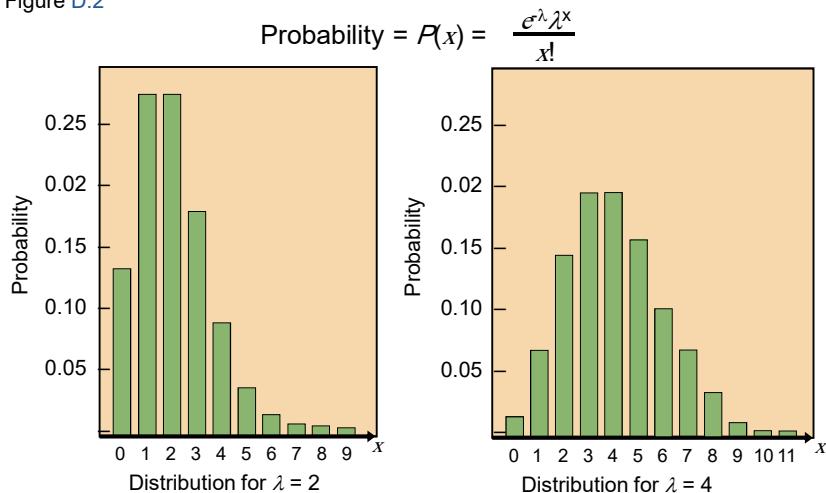
متوجه نرخ ورود $= \lambda$

$2.7183 = e$



توزيع پواسون

Figure D.2



ویژگیهای خدمت رسان

1. طراحی سیستم صفحه

► یک کانال خدمت رسانی و چند کانال خدمت رسانی

► سیستم چند مرحله ای، سیستم تک مرحله ای

2. توزیع زمان خدمت

► زمان خدمت ثابت

► زمانهای خدمت رسانی تصادفی، معمولاً توزیع نمائی منفی



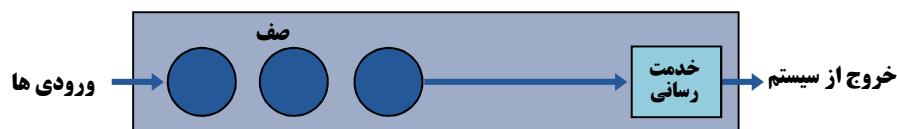
ویژگیهای خط انتظار

- ▶ طول صف محدود یا نامحدود است.
- ▶ در تئوری صف معمولاً از سیستم FIFO استفاده می‌شود.
- ▶ در بعضی شرایط ممکن است، قواعد اولویت بندی مورد استفاده قرار گیرد.



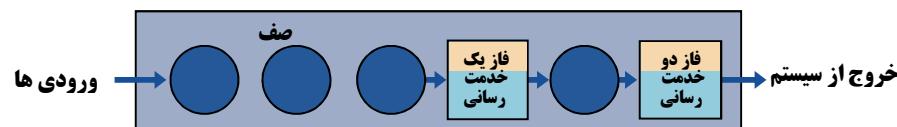
طراحی‌های سیستم صف

مطب دندانپزشکی



سیستم یک مرحله‌ای با یک خدمت رسان

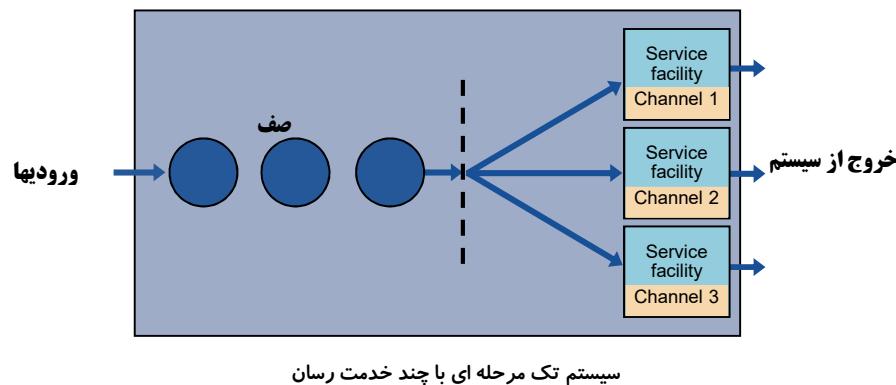
فست فود با دو مرحله پذیرش و خدمات رسانی



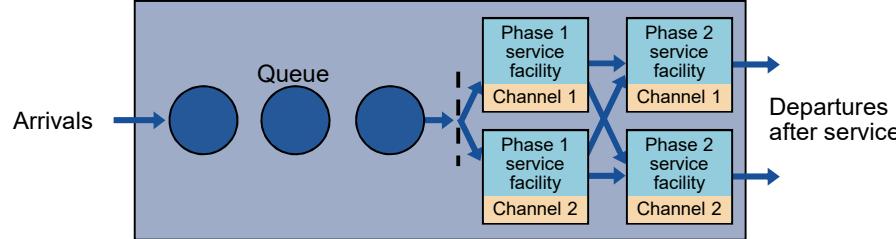
سیستم دو مرحله‌ای با یک خدمت رسان

طراحی های سیستم صف

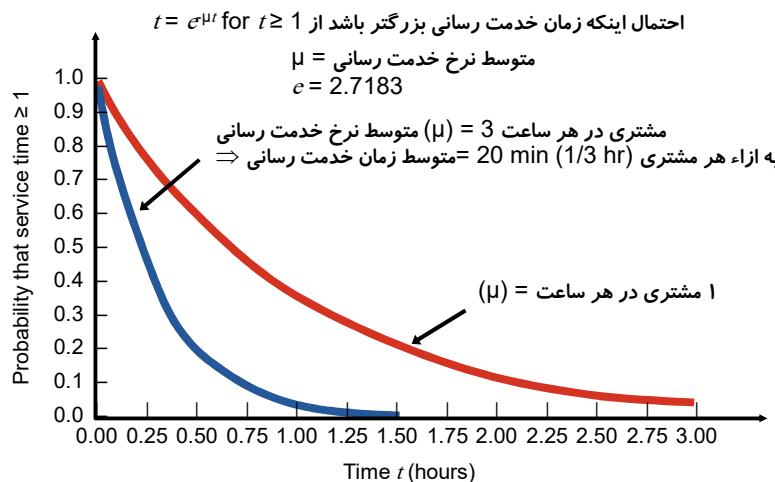
اکثر بانک ها و دفاتر پست



طراحی های سیستم صف



توزیع نمایی منفی

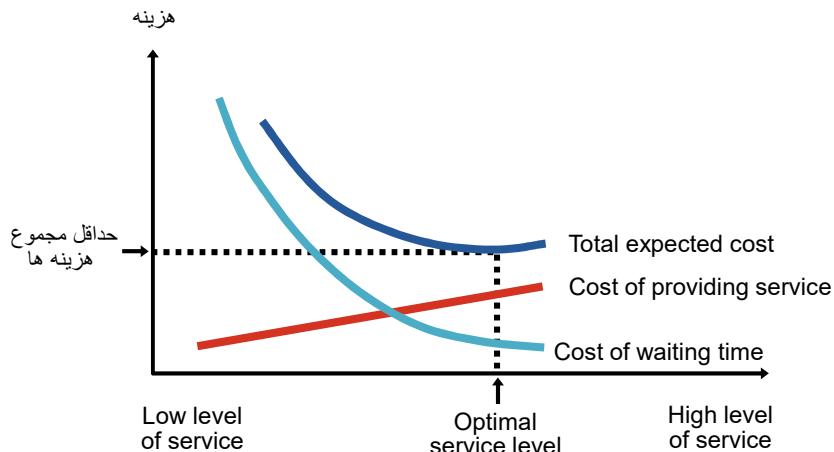


اندازه گیری عملکرد صف

- .1. متوجه زمانی که هر مشتری یا محموله در صف می گذراند.
- .2. متوجه طول صف
- .3. متوجه زمانی که هر مشتری در سیستم طی می کند.
- .4. متوجه تعداد مشتریان در سیستم
- .5. احتمال آنکه باجه خدمت رسانی بیکار باشد.
- .6. فاکتور استفاده از سیستم
- .7. احتمال آنکه تعداد مشخصی مشتری در صف باشند.



هزینه های صف



مدلهای صف

در چهار مدلی که در ادامه بررسی می شود،
مفروضات زیر برقرار هستند:

۱. ورودیها دارای توزیع پوآسون هستند.

FIFO. ۲

۳. یک مرحله ای با یک خدمت رسان



Queuing Models

TABLE D.2 Queuing Models Described in This Chapter

MODEL	NAME	EXAMPLE
A	Single-server system (M/M/1)	Information counter at department store

NUMBER OF SERVERS (CHANNELS)	NUMBER OF PHASES	ARRIVAL RATE PATTERN	SERVICE TIME PATTERN	POPULATION SIZE	QUEUE DISCIPLINE
Single	Single	Poisson	Exponential	Unlimited	FIFO



Queuing Models

TABLE D.2 Queuing Models Described in This Chapter

MODEL	NAME	EXAMPLE
B	Multiple-server (M/M/S)	Airline ticket counter

NUMBER OF SERVERS (CHANNELS)	NUMBER OF PHASES	ARRIVAL RATE PATTERN	SERVICE TIME PATTERN	POPULATION SIZE	QUEUE DISCIPLINE
Multi-server	Single	Poisson	Exponential	Unlimited	FIFO



Queuing Models

TABLE D.2 Queuing Models Described in This Chapter

MODEL	NAME	EXAMPLE
C	Constant-service (M/D/1)	Automated car wash

NUMBER OF SERVERS (CHANNELS)	NUMBER OF PHASES	ARRIVAL RATE PATTERN	SERVICE TIME PATTERN	POPULATION SIZE	QUEUE DISCIPLINE
Single	Single	Poisson	Constant	Unlimited	FIFO



Queuing Models

TABLE D.2 Queuing Models Described in This Chapter

MODEL	NAME	EXAMPLE
D	Limited population (finite population)	Shop with only a dozen machines that might break

NUMBER OF SERVERS (CHANNELS)	NUMBER OF PHASES	ARRIVAL RATE PATTERN	SERVICE TIME PATTERN	POPULATION SIZE	QUEUE DISCIPLINE
Single	Single	Poisson	Exponential	Limited	FIFO



مدل تک خدمت رسان

M/M/1 یک خدمت رسان

میانگین تعداد ورودیها در هر دوره زمانی = λ

میانگین نرخ خدمت (متوجه تعداد افراد یا اشیاء خدمت رسانی شده در دوره زمانی (رسانی)) = μ

میانگین تعداد واحدها (مشتریان) در سیستم (تعدادی کهمنتظر دریافت خدمات هستند) L_s

$$= \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

متوجه زمانی که هر مشتری در سیستم طی می کند (زمان انتظار بعلاوه زمان خدمت) W_s

$$= \frac{1}{\mu - \lambda}$$

مدل تک خدمت رسان

فرمولهای صفت در مدل تک خدمت رسان 1/M/1

میانگین افراد منتظر در صفت = L_q

$$= \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

متوجه زمانی که هر واحد در صفت طی می کند = W_q

$$= \frac{1}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{L_q}{\lambda}$$

فاکتور بهره وری برای سیستم

$$= \frac{\lambda}{\mu}$$

مدل تک خدمت رسان

فرمولهای صفت در مدل تک خدمت رسان M/M/1

P_0 = (زمان بیکاری سیستم) احتمال وجود صفر واحد در سیستم

$$= 1 - \frac{\lambda}{\mu}$$

$P_{n>k}$ احتمال وجود بیشتر از K واحد در سیستم، وقتی که n تعداد واحدهای موجود در سیستم باشد.

$$= \left[\frac{\lambda}{\mu} \right]^{k+1}$$

مثال برای مدل تک خدمت رسان

$\lambda = 2$ ماشین های ورودی در ساعت

$\mu = 3$ ماشین های خدمت رسانی شده در ساعت

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{2}{3-2} = 2 \text{ cars in the system on average}$$

$$W_s = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{3-2} = 1 \text{ hour average waiting time in the system}$$

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{2^2}{3(3-2)} = 1.33 \text{ cars waiting in line}$$



مثال:

تعداد ماشین آلاتی که روزانه در یک واحد تولیدی نیاز به تعمیر پیدا می کنند، ۱۶ ماشین و تعداد سرویس دهی دایره تعمیرات و نگهداری ۲۲ ماشین در روز است. با فرض اینکه توزیع خرابی ها پواسون و زمان سرویس دهی نمایی باشد، متوجه تعداد ماشین در صفت انتظار چقدر است؟

۰.۷۲۷ (۴)

۲.۶۷ (۳)

۳.۵ (۲)

۰.۵ (۱)



مثال:

اگر نرخ ورود مشتریان به یک بانک براساس توزیع پواسون بطور متوسط ۶ نفر در ساعت باشد و مدت زمان خدمت رسانی به آنان بطور ثابت ۷.۵ دقیقه باشد، میانگین زمان انتظار مشتریان در صفت چقدر می باشد؟



مثال: نرخ ورود مشتریان به یک کارواش از توزیع پواسون تبعیت می‌کند و برابر ۲ ماشین در هر ساعت است و زمان شستشوی هر ماشین بطور متوسط ۱۵ دقیقه می‌باشد (زمان ارائه خدمت توزیع نمایی منفی تبعیت می‌کند)، احتمال بیکاری این کارواش، چقدر است؟

۰.۶۵ (۴) ۰.۴۰ (۳) ۰.۶۰ (۲) ۰.۵۰ (۱)



انبار مرکزی شرکتی، دو سکوی بارگیری دارد، کامیون‌های خالی در پارکینگ صفر می‌گشند و به اولین سکوی بارگیری که خالی می‌شود می‌روند، هر ۴۵ دقیقه یک بار کامیون وارد می‌شود و کارگران در یک ساعت، یک کامیون را بار می‌گذارند، انبار دوازده ساعت در روز فعال است. بطور متوسط چند کامیون در صفر انتظار بارگیری قرار دارند؟

۰/۷۵ (۲) ۰/۶۷ (۱) ۰/۹۴ (۴) ۰/۸۳ (۳)



نرخ ورود اتومبیل‌های خراب به یک تعمیرگاه ۴ دستگاه در هر ساعت طبق توزیع بواسون می‌باشد. اگر متوجه زمان تعمیر برای هر اتومبیل ۱۲ دقیقه طبق توزیع نمایی منفی باشد، طول متوسط صف چقدر است؟

$$\frac{16}{5} \quad (4) \quad \frac{25}{4} \quad (3) \quad 4(2) \quad \frac{4}{5} \quad (1)$$

