

آزمون دوم

جلسه اول

افشین صفائی



سوال ۱

کدام مساله LP زیر هم ارز مساله روبرو است؟ (مهندسی سیستم اقتصادی و اجتماعی - ۸۱)

$$\text{Min } Z = |3x + 1|$$

$$\text{Min } Z$$

$$\begin{cases} 3x + 1 \geq Z \\ -3x + 1 \leq -Z \end{cases}$$

$$\text{Min } Z$$

$$\begin{cases} 3x + 1 \leq Z \\ -3x + 1 \leq Z \end{cases}$$

$$\text{Min } Z$$

$$\begin{cases} 3x + 1 \leq Z \\ 3x + 1 \geq -Z \end{cases}$$

$$\text{Min } Z$$

$$\begin{cases} 3x + 1 \geq Z \\ 3x + 1 \geq -Z \end{cases}$$



سؤال ۲

مسئله داده شده

(۸۶) مهندسی صنایع -

$$\begin{cases} \text{minimize } 2|x_1| + x_r \\ \text{s.t. } x_1 + x_r \geq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{minimize } 2z_1 + x_r \\ \text{s.t. } x_1 + x_r \geq 4 \\ x_1 \leq z_1 \\ x_1 \leq -z_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{minimize } 2z_1 + x_r \\ \text{s.t. } -x_1 + x_r \geq 4 \\ x_1 \geq z_1 \\ -x_1 \geq -z_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{minimize } 2z_1 + x_r \\ \text{s.t. } x_1 + x_r \geq 4 \\ x_1 \leq z_1 \\ -x_1 \leq z_1 \end{cases}$$

معادل کدام مسئله زیر است؟



سؤال ۳

مساله برنامه‌ریزی ریاضی زیر را در نظر بگیرید: (مهندسی صنایع-۹۱)

$$\text{Max. } z = |x_1| + |x_2|$$

s.t.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 < 14 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 < 7 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

این مساله یک برنامه‌ریزی خطی است که به وسیله روش ترسیمی

..... ۲) غیرخطی - قابل حل نیست.

..... ۴) خطی - قابل حل نیست.

۱) خطی - قابل حل است.

۳) غیرخطی - قابل حل است.



سؤال ۲

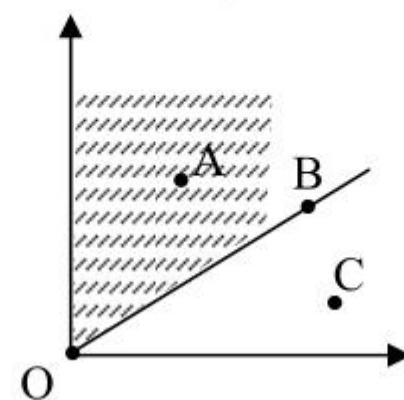
محدودیت $x_1 - 2x_2 \leq 0$ را در نظر بگیرید. در صورتی که S_1 متغیر کمکی مربوط به آن محدودیت باشد. در کدامیک از نقاط زیر S_1 مقداری مثبت دارد؟

C (۴)

B (۳)

A (۲)

O (۱)



سؤال ۵

کدام گزینه معادل خطی مدل زیر است؟ که در آن M یک عدد بسیار بزرگ مثبت و $x_i \geq 0$ می‌باشد. (کنکور سراسری صنایع سیستم-۹۱)

$$\begin{aligned} \text{Min } z &= |3x_1 - 2x_2| + 3x_3 \\ (x_1 - 2x_2 &\leq 9 \quad \text{s.t.} \quad 2x_2 + 4x_3 \leq 15) \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Min } z &= 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 \\ \text{s.t.} \\ 1) x_1 - 2x_2 &\leq 9 + M\delta && (1) \\ 2) 2x_2 + 4x_3 &\leq 15 + M(1-\delta) \\ 3) \delta &= 0, 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Min } z &= -3x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ \text{s.t.} \\ 1) x_1 - 2x_2 &\leq 9 + M\delta && (1) \\ 2) 2x_1 + 4x_3 &\leq 15 + M(1-\delta) \\ 3) \delta &= 0, 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Min } z &= y + 3x_2 \\ \text{s.t.} \\ 1) y &\leq 3x_1 - 2x_2 + M\delta \\ 2) y &\leq -3x_1 + 2x_2 + M(1-\delta) && (1) \\ 3) x_1 - 2x_2 &\leq 9 + M\delta \\ 4) 2x_2 + 4x_3 &\leq 15 + M\delta \\ 5) \delta_1 + \delta_2 &\leq 1 \\ 6) \delta, \delta_1, \delta_2 &= 0, 1, y \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Min } z &= y + 3x_2 \\ \text{s.t.} \\ 1) y &\geq 3x_1 - 2x_2 \\ 2) y &\geq -3x_1 + 2x_2 && (1) \\ 3) x_1 - 2x_2 &\leq 9 + M\delta \\ 4) 2x_2 + 4x_3 &\leq 15 + M(1-\delta) \\ 5) \delta &= 0, 1, y \geq 0 \end{aligned}$$



سؤال ۶

مدل زیر معادل با کدام مدل است؟

$$\text{Min}(z) = x_1 + 2x_2 + 4x_3$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 0$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1$$

$x_j \geq 0$ در علامت \geq دارد.

$$\begin{aligned} \text{min}(z) &= -x'_1 + x''_1 + 2x_2 \\ -x'_1 + x''_1 + 2x_2 + x_3 &= 0 \quad (1) \\ \cdot \geq 2x'_1 + x''_1 + 2x_2 + x_3 &= 1 \quad (2) \\ \cdot \geq x'_1, \quad x''_1, \quad x_2, \quad x_3 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{min}(z) &= x_2 + 2x_3 + 0 \\ x_2 + x_3 &= \xi \quad (1) \\ x_2, \quad x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{min}(z) &= x_1 + 2x_2 + 3x_3 - \xi x_3 \\ x_1 + 2x'_2 - 2x''_2 + x_3 &= 0 \quad (3) \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x''_2 + x_3 &= 1 \quad (4) \\ x_1, \quad x'_2, \quad x''_2, \quad x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{min}(z) &= x_1 + 2x_2 - 2x''_2 + \xi x_3 \\ x_1 + 2x'_2 - 2x''_2 + x_3 &= 0 \quad (3) \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x''_2 + x_3 &= 1 \quad (4) \\ x_1, \quad x'_2, \quad x''_2, \quad x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$



سؤال ۷

مسئله زیر را در نظر بگیرید: (مهندسی صنایع)

$$\text{Min} \left\{ \text{Max} \left| 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 \right|, \left| x_1 + x_2 + 2x_3 \right| \right\}$$

این مسئله قابل تبدیل به یک مسئله برنامه‌ریزی

۱) خطی با متغیرهای صحیح می‌باشد.

۲) غیر خطی با متغیرهای صحیح می‌باشد.

۳) خطی نمی‌باشد.

۴) خطی می‌باشد.



محدودیت غیر خطی $x^y z = 0$ در آن x, y, z متغیرهای صفر و یک می‌باشند به محدودیتهای یک مسئله برنامه‌ریزی شمار خطی (عدد صحیح) با متغیرهای صفر و یک اضافه شده است. برای ریختن مسئله حاصل در قالب برنامه‌ریزی شمار خطی صفر و یک، این محدودیت را: (مهندسی صنایع - ۷۸)

- ۱) می‌توان با یک محدودیت با ساختار خطی جایگزین کرد.
- ۲) نمی‌توان با یک محدودیت با ساختار خطی جایگزین کرد.
- ۳) می‌توان حذف کرد چون تاثیری در حل بهینه مسئله ندارد.
- ۴) می‌توان با محدودیت $x + y + z = 0$ جایگزین کرد.



فرض کنید که X مقدار تولید یک محصول باشد. تصور کنید که بخواهیم یا این محصول را اصلاً تولید نکنیم و یا اگر تولید می‌کنیم حداقل به مقدار I باشد. اگر u هر عدد دلخواه بزرگی بوده و y یک متغیر از نوع صفر و یک باشد کدام یک از روابط زیر گویای خواسته فوق است.

$$x + uy \leq 0, \quad x - ly \geq 0 \quad (2)$$

$$x - uy \leq 0, \quad x - ly \leq 0 \quad (4)$$

$$x - uy \leq 0, \quad x - ly \geq 0 \quad (1)$$

$$x - uy \geq 0, \quad x - ly \geq 0 \quad (3)$$



سوال ۱۰

- فرض کنید که در یک مسئله LP یک متغیر آزاد نظیر x_k بوسیله $x_k^+ - x_k^-$ که در آن $x_k^+ - x_k^- \geq 0$ هستند جایگزین شده باشد. در این صورت کدام نتیجه غلط است؟

- ۱) در هر تکرار روش سیمپلکس $x_k^+ - x_k^- = 0$
- ۲) در یک تکرار روش سیمپلکس هر دو متغیر x_k^+ و x_k^- می‌توانند همزمان در پایه باشند.
- ۳) بردارهای ستونی وابسته به متغیرهای x_k^+ و x_k^- در هر جدول سیمپلکس قرینه یکدیگرند.
- ۴) اگر مسئله دارای جواب بهینه چندگانه باشد به نحوی که x_k^+ در یکی از جوابها در پایه قرار داشته باشد در هیچ جواب بهینه دیگر x_k^- نمی‌تواند جایگزین x_k^+ شود.



سؤال ۱۱

مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید:

$MaxCX$

$S.t : Ax \leq b$

$x_i \geq 0 \quad \forall i \neq p$

علامت x_p

برای حل این مسئله متغیر x_p را با $(x'_p - x''_p)$ جایگزین می‌نماییم کدامکیک از جوابهای زیر حتماً غلط است.

$$(x'_p = 4, x''_p = 0) \quad (2)$$

$$(x'_p = 0, x''_p = 0) \quad (1)$$

$$(x'_p = 4, x''_p = 2) \quad (4)$$

$$(x'_p = 0, x''_p = 2) \quad (3)$$



سوال ۱۲

در مدلسازی یک مسئله که در آن تمام متغیرها صفر و یک هستند به این محدودیت برخورده ایم که اگر متغیر x_1 یک شود آنگاه باید x_4, x_3, x_2 صفر شوند. رابطه فوق معادل کدام دسته از محدودیت‌های زیر است که در آن y صفر و یک است؟

$$x_1 \geq 3(1-y), x_2 + x_3 + x_4 \leq 3y \quad (2)$$

$$x_1 \geq 2(1-y), x_2 + x_3 + x_4 \geq 2y \quad (4)$$

$$x_1 \leq 3(1-y), x_2 + x_3 + x_4 \leq 3y \quad (1)$$

$$x_1 \leq 2(1-y), x_2 + x_3 + x_4 \geq 2y \quad (3)$$



